

授業で提出する場合は次回授業終了時が提出期限。レポートボックスに提出する場合は授業翌日から次回授業開始時までが提出期間。

問 1  $i^2 = -1$  を満たす  $i$  を虚数単位といい,  $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$  に対し  $\alpha + \beta i$  で表される数を複素数という。

さて高校では, 二次方程式が必ず解を持つために複素数が必要と習ったかもしれないが, それは間違いである。実際, 複素数が考え出されてから, 認めるか認めないかで激しい論争になった。現代でも, 実数係数で考えるなら複素数の解は認めず, 解なしとすべきという数学者は少なくない。

それでは複素数は必要なのだろうか。それとも計算の便宜上使っているだけで本当は不要なのだろうか。必要・不要のどちらでもよいが, 自分なりの考えに理由をつけてレポートにまとめよ。

問 2 以下の問に答えよ。

(1) 曲面  $S: x^2 + y^2 + z^2 = 1, z \leq 0$ , ベクトル場  $F = \begin{pmatrix} -x^2y \\ x^3 \\ zxy \end{pmatrix}$  とする。  $S$  を図示し,  $dA$  の向きを自分で適当に定めて書き込み,  $\partial S$  の向きも書き込み。

(2) 上記の  $S, F$  について積分  $\int_S \text{rot } F \cdot dA$  を計算せよ。

(3) 穴の空いた円盤  $S = \{(x, y, 0) \mid x^2 + y^2 \leq 16, (x - 2)^2 + y^2 \geq 1, (x + 2)^2 + y^2 \geq 1\}$  を考える。

$dA = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} dx dy$  と定めるとき,  $S$  を図示し,  $dA$  と  $\partial S$  の向きを書き込み。

問 3 (やりたい者だけやればよい)  $S$  を球面とする。任意の滑らかなベクトル場  $F$  に対して

$$\int_S \text{rot } F \cdot dA = 0$$

が成り立つことを示せ。

.....

一般的なレポートの書き方 特に指定されない場合, レポートを作成するときは以下のようにするとよい。

- 表紙はつけてもつけなくてもよいが, 課題名, 学籍番号, 氏名を必ず書く。
- レポート用紙が望ましいが, 違う紙を使う場合でも必ず片面のみに書く。
- サイズは A4 か B5 にし, 極端に大きい紙や小さい紙は避ける。
- 複数枚の時は必ず綴じる。綴じるのは左上のみ。
- 文章は, 読み手がいることを意識して書くこと。
- インターネットのウェブページを印刷したものは不可。