

授業で提出する場合は次回授業終了時が提出期限。レポートボックスに提出する場合は授業翌日から次回授業開始時までが提出期間。

問 1 Johann Carl Friedrich Gauss という数学者について調査し、レポートにまとめよ。

問 2 以下の問に答えよ。

- (1) S を $x + 2y + 2z = 3$ の平面, n を z 成分が正の S の法線ベクトルとする. $f = x + y^2 + z^3$ について, $\frac{\partial f}{\partial n}$ を求めよ.
- (2) S を $x^2 + y^2 + z^2 = 9$ の球面, n を S の法線ベクトルで S の外側を向いているとする. $f = x + y^2 + z^2$ について, $\frac{\partial f}{\partial n}$ を求めよ.
- (3) (Neumann 問題) Ω は空間の有界領域で, $\partial\Omega$ は区分的に滑らかとする. ρ を連続な関数とし, 次の Poisson 方程式を考える.

$$\Delta\varphi = \rho$$

$\partial\Omega$ 上の関数 f が与えられているとき,

$$\partial\Omega \text{ 上 } \frac{\partial\varphi}{\partial n} = f$$

を満たす解は, 存在すれば定数の差を除いて 1 通りに決まることを示せ. Green の定理から出発して証明すること.

問 3 (やりたい者だけやればよい) Ω は空間の有界領域で, $\partial\Omega$ は区分的に滑らかとする. F を C^1 級のベクトル場, u を C^2 級の関数とする. 今, 定数 c が存在して

$$\partial\Omega = \{\mathbf{r} \in \mathbb{R}^3 \mid u(\mathbf{r}) = c\}$$

が成り立っているとき, 次を示せ.

$$\int_{\Omega} \text{rot } \mathbf{F} \cdot \text{grad } u \, dV = 0$$

ヒント: rot の基本関係式を使って変形し, Gauss の公式を適用. さらに grad u と n の関係に着目.

一般的なレポートの書き方 特に指定されない場合, レポートを作成するときは以下のようにするとよい.

- 表紙はつけてもつけなくてもよいが, 課題名, 学籍番号, 氏名を必ず書く.
- レポート用紙が望ましいが, 違う紙を使う場合でも必ず片面のみに書く.
- サイズは A4 か B5 にし, 極端に大きい紙や小さい紙は避ける.
- 複数枚の時は必ず綴じる. 綴じるのは左上のみ.
- 文章は, 読み手がいることを意識して書くこと.
- インターネットのウェブページを印刷したものは不可.