「基礎と応用 ベクトル解析」のノート

2010 年 8 月 13 日

概 要

清水勇二著「基礎と応用 ベクトル解析」のノート. 既知の誤植については触れていないので, 次のページを参照:

`http://www.saiensu.co.jp/?page=support_details&sup_id=69`

なお, 学生が発見した誤植は「ⓢ」で示している.

ⓢ p. 2, ↑11: $\mathbf{0} + \boldsymbol{a} = \mathbf{0} \Rightarrow \mathbf{0} + \boldsymbol{a} = \boldsymbol{a}$

ⓢ p. 4, ↑6: $\forall \boldsymbol{x}$ に対して, $\Rightarrow$ $\forall \boldsymbol{x}$ に対して $\boldsymbol{x} = A^t[\lambda, \mu, \nu]$ とおくと,

- p. 9, ↑7: $\boldsymbol{n}$ は単位ベクトル $\Rightarrow$ $\dfrac{\boldsymbol{n}}{|\boldsymbol{n}|}$ は単位ベクトル

ⓢ p. 11, ↓2: 構標 $\Rightarrow$ 標構

ⓢ p. 12, ↓16: $= 0 \Rightarrow = \mathbf{0}$

第 1 章は線形代数なのでこの記号を気にすることにした. しかし, 数学専門ではベクトルの $\mathbf{0}$ も 0 で表すのが一般的なので, 第 2 章以降では気にしないことにする.

- p. 14, ↓9: $f_{x_i x_j} \Rightarrow f_{x_j x_i}$

この教科書では $\dfrac{\partial^2 f}{\partial y \partial x} = \dfrac{\partial}{\partial y}\left(\dfrac{\partial f}{\partial x}\right) = f_{xy}$ の表記を使っていてこの方が普通だが, $\dfrac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} = \dfrac{\partial}{\partial y}\left(\dfrac{\partial f}{\partial x}\right) = f_{xy}$ と表す文献もある.

- p. 25, ↑2: a は定数で $\Rightarrow$ a は 0 でない定数で

- p. 26, ↑10: $\dfrac{\partial^2 f}{\partial z \partial y} - \dfrac{\partial^2 f}{\partial y \partial z} \Rightarrow \dfrac{\partial^2 f}{\partial y \partial z} - \dfrac{\partial^2 f}{\partial z \partial y}$

ⓢ p. 28, ↓2: 3 個以上のの実数 $\Rightarrow$ 3 個以上の実数

Ⓢ p. 28, ↓6: $|\alpha| = \sqrt{a^2+b^2+c^2}$ としたとき ⇒ $|\alpha| = \sqrt{a^2+b^2+c^2}$ (β も同様) としたとき

- p. 32, ↑3: 厳密には以下のようになる.
  偏微分の変数変換により,

$$\begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial y_1} \\ \frac{\partial}{\partial y_2} \\ \frac{\partial}{\partial y_3} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} p_{11} & p_{21} & p_{31} \\ p_{12} & p_{22} & p_{32} \\ p_{13} & p_{23} & p_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial x_1} \\ \frac{\partial}{\partial x_2} \\ \frac{\partial}{\partial x_3} \end{pmatrix} = {}^tP \begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial x_1} \\ \frac{\partial}{\partial x_2} \\ \frac{\partial}{\partial x_3} \end{pmatrix}$$

となる. P は直交行列だから ${}^tP = P^{-1}$ であり, $\boldsymbol{F} = P\boldsymbol{G}$ を得る.

実は $\mathrm{grad}\, f$ の値は座標ベクトルを指していない. 座標変換時に異なる変換が起こる別の何かである. 本来異なる変換が一致するのは, P が直交行列だからである.

- p. 38, ↓1: counter-example ⇒ counterexample

- p. 40, ↑2: $\dot{\boldsymbol{p}}(t_0) \neq \mathbf{0}$ のとき

- p. 43, ↓5: $r >$ は定数で, $\theta \in [0, 2\pi]$ がパラメータ.

- p. 43, ↓6: $r \in \boldsymbol{R} \Rightarrow r > 0$

Ⓢ p. 44, ↓1: xy 平面おける ⇒ xy 平面における

- p. 46, ↓11: $\dfrac{\partial q}{\partial x} \Rightarrow \dfrac{dq}{dx}$, $\dfrac{\partial p}{\partial x} \Rightarrow \dfrac{dp}{dx}$

- p. 46, ↑9: $\dfrac{\partial}{\partial x}\Gamma \Rightarrow \dfrac{d}{dx}\Gamma$, $\dfrac{\partial p}{\partial x} \Rightarrow \dfrac{dp}{dx}$ (2ヶ所)

Ⓢ p. 55, 図の 1 葉双曲面. 図形の左下の部分の点線の一部を実線にする.

Ⓢ p. 55, 図の 2 葉双曲面. x 軸の点線の見えている部分は実線にする.

Ⓢ p. 60, ↑1: $(h, k) \Rightarrow {}^t[h, k]$

- p. 62, ↑5: $G : V'' \to U'' \Rightarrow G : V' \to U'$

- p. 68, ↓1: 数学的な扱うこと ⇒ 数学的に扱うこと

- p. 72, ↓8: 左辺は第 8 章では, 左辺は ⇒ 右辺は第 8 章では, 左辺の

- p. 75, ↓6: $J(\boldsymbol{x}\cdot\varphi) \Rightarrow J(\boldsymbol{x}\circ\varphi)$
- p. 77, ↑3: $\displaystyle\int_{S_2}\{xy^2\cdot x + x^2y\cdot y\}dxdy \Rightarrow \int_{S_2}\{xy^2\cdot\cos\theta + x^2y\cdot\sin\theta\}d\theta dz$

ⓢ p. 81, ↓12: 75 巻に達しようとしている ⇒ 75 巻に達している
参考 http://www.leonhard-euler.ch/

ⓢ p. 92, ↑2: みたと通り ⇒ みた通り

ⓢ p. 96, ↓7: ナヴィエ・ストークス ⇒ ナヴィエ-ストークス

ⓢ p. 96, ↓5: $\nabla(\rho\boldsymbol{u}) \Rightarrow \nabla\cdot(\rho\boldsymbol{u})$

ⓢ p. 96, ↓11: $\nabla\boldsymbol{u} \Rightarrow \nabla\cdot\boldsymbol{u}$

- p. 103, ↓7: 煉瓦職人を父としして ⇒ 煉瓦職人を父として
- p. 105, ↑3: S はと (i) 同じ ⇒ S は (i) と同じ
- p. 106, ↓2: $2y+2z) = \Rightarrow 2y+2z)dV =$

ⓢ p. 106, ↑10: $\nabla(f\nabla g) \Rightarrow \nabla\cdot(f\nabla g)$, $(\nabla f)(\nabla g) \Rightarrow (\nabla f)\cdot(\nabla g)$

ⓢ p. 106, ↑4: $(\nabla f)(\nabla g) \Rightarrow (\nabla f)\cdot(\nabla g)$

ⓢ p. 106, ↑2: $(\nabla g)(\nabla f) \Rightarrow (\nabla g)\cdot(\nabla f)$

- p. 130, ↓5: ベクトル場 $\boldsymbol{G}$ ⇒ ベクトル場 $\boldsymbol{A}$
- p. 130, ↓9: $\displaystyle\int_\Omega \frac{f(\boldsymbol{x})}{|\boldsymbol{x}-\boldsymbol{u}|}dudvdw \Rightarrow \int_\Omega \frac{f(\boldsymbol{u})}{|\boldsymbol{x}-\boldsymbol{u}|}dudvdw$

ⓢ p. 131, ↓2: ペレルマンの研究により解決した.

ⓢ p. 131, ↑2: ド-ラム・コホモロジー ⇒ ド・ラム・コホモロジー

ⓢ p. 132, ↓:2 Elie ⇒ Élie

- p. 132, ↓11: アンリ・カルタン (1904–) ⇒ アンリ・カルタン (1904–2008)

Ⓢ p. 144, 章末問題 1.3:
${}^t(x, y, z) = {}^t(1, 2, 3) + a^t(1, 0, -1) + b^t(0, 1, -1)$ ($(a, b) \neq (0, 0)$ は任意)

$$\Downarrow$$

${}^t(x, y, z) = {}^t(1, 2, 3) + t\{a^t(1, 0, -1) + b^t(0, 1, -1)\}$ (t はパラメータ, $(a, b) \neq (0, 0)$ は任意定数)

Ⓢ p. 145, 章末問題 3.1(i): $(= x^2) \Rightarrow (= x^4)$

Ⓢ p. 145, 章末問題 3.1(ii): 「$z = 0$」を追加.

- p. 146, 4.3 節 問 (i): $= 0 \Rightarrow = 1$ (3ヶ所)

- p. 146, 章末問題 5.3: $\dfrac{3\pi}{2} \Rightarrow \dfrac{2\pi}{3}$

Ⓢ p. 147, 章末問題 8.9(ii): $\displaystyle\int_{2\pi}^{0} \Rightarrow \int_{0}^{2\pi}$